Faculté de psychologie

Statistique II
Inférence pour une et deux variables
Inférence

Support à l'exposé oral

Titulaire
Bernadette Govaerts
ISBA, LSBA et SMCS
UCLouvain

Inférence statistique

I1 : Principes de l'inférence statistique (rappels)
I2 : Inférence sur les paramètres d'UNE variable quantitative normale
I3 : Tests sur les paramètres d'une variable quantitative normale
observée sur deux groupes indépendants ou pairés
I4 : Inférence sur les paramètres d'une variable catégorielle
I5 : Tests d'homogénéité et d'indépendance pour
deux variables catégorielles
I6 : Tests non paramétriques sur une ou deux valeurs centrales
I7 : Inférence sur un ou deux coefficients de corrélation
I8 : Puissance d'un test, calcul de taille d'échantillon.

Inférence statistique

I1 : Principes de l'inférence statistique

Concepts

- Estimateur
- Distribution d'échantillonnage
- Intervalle de confiance
- Test d'hypothèse
- Hypothèses H0 et H1, Niveau de confiance, statistique de test, seuil critique, p-valeur…

I1 : Les 3 outils de la statistique (rappel)

La statistique descriptive

Propose des outils pour organiser, décrire, représenter et résumer utilement l'information disponible dans un ensemble de données à l'aide de graphiques et d'indices numériques et mettre en évidence les informations importantes.

Les probabilités

Désignent une branche des mathématiques qui fournit un formalisme et des outils de calcul pour analyser des phénomènes aléatoires.

Permettent d'écrire des « modèles probabilistes » pour les variables observées sur les population d'intérêt et les manipuler.

L'inférence statistique

Propose des outils pour répondre à des questions concernant une population à partir des résultats sur un échantillon provenant de cette population.

Comprend 3 concepts clefs:

- L'estimation
- Les intervalles de confiance
- Les tests d'hypothèses

I1: Exemple 1 : Labyrinthe de Tolman

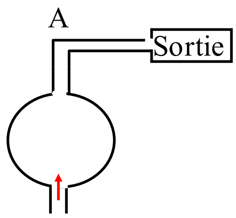
Contexte et objectif de l'étude

Tolman (psycholoque américain) spécialiste en psychologie cognitive s'intéresse à l'apprentissage chez le rat.

Question expérimentale : un rat est-il capable d'intégrer le plan d'un labyrinthe ?

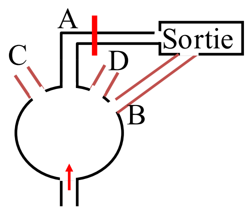
Expérience

- n=32 rats sont introduits l'un après l'autre dans le labyrinthe
- Phase d'apprentissage : Le rat apprend où se trouve la sortie
- Phase de test : on observe le premier couloir que le rat visite



Hypothèse que Tolman veut tester

- Le rat choisit-il aléatoirement entre les couloirs ou a-t-il une préférence ?
- Comportement attendu par Tolman : le rat prend le couloir B car il connaît la direction de la sortie



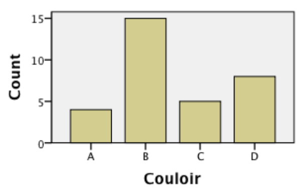
Résultats

	A	B	C	D
n_i	4	15	5	8

I1 : Ex1 : de la statistique descriptive à l'inférence :

Statistique descriptive : comment résumer les résultats obtenus ?

		Frequency	Percent
Valid	A	4	12.5
	B	15	46.9
	C	5	15.6
	D	8	25.0
	Total	32	100.0



Modèle probabiliste sur la population

- L'expérience correspond à un schéma de Bernouilli
- X_B : nombre de rats qui prennent le couloir B

  $X_B \sim Bi(n,\pi)$ avec n=32 et π inconnu

Inférence : répondre à des questions sur π à partir des données

- Peut-on donner un intervalle où se trouve π à partir des données ?
- Peut-on affirmer que les rats (de la population !) ont une préférence pour le couloir B ?

I1: Exemple 2 : Mémorisation et répétition orale

Contexte et objectif de l'étude

De nombreuses personnes ont du mal à retenir de l'information à court terme
et des études on montré que répéter les choses oralement améliore cette capacité.
On désire tester cette méthode par une simple expérience de mémorisation d'images

Expérience

- Un test de mémorisation de 24 images a été soumis à l'ensemble des 240 étudiants de Bac 2 en auditoire (mémorisation visuelle mais silencieuse)
- On a effectué le même test individuellement sur 10 étudiants a qui on a permis de les répéter les mots tout haut (mémorisation visuelle et orale).

Hypothèse à tester

- Est ce que le nombre de mots retenus est (en moyenne) plus élevé dans le second groupe d'étudiants ?
- Notation : X = nombre de mots retenus = score au test de mémoire

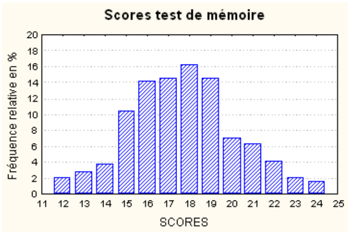
I1: Exemple 2 : le test des images

Phase 1 : Regarder et mémoriser les images pendant 2 minutes
Phase 2 : En retranscrire un maximum sur papier
Phase 3: Compter le nombre de mots retenus

I1: Ex 2 : De la statistique descriptive à l'inférence

Statistique descriptive sur la population de référence (240 étudiants de Bac 2 qui ont mémorisé les mots par la méthode silencieuse)

	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
ni	5	7	9	25	34	35	39	35	17	15	10	5	4
fi	0.021	0.029	0.038	0.104	0.142	0.146	0.163	0.146	0.071	0.063	0.042	0.021	0.017



$$\bar{X} = 17.68 = \mu_0$$
$$v^2 = 6.41$$
$$v = 2.53$$

$$v^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu_0)^2$$

Variance de la population

Statistique descriptive sur les 10 étudiants qui ont passé le test avec mémorisation orale.

Données : (19, 18, 16, 20, 21, 24, 23, 18, 19, 17)

$\bar{X} = 19.5$

I1: Ex 2 : De la statistique descriptive à l'inférence (2)

Modèle probabiliste

X = score au test de mémoire

On prend l'hypothèse approximative que X suit une distribution Normale X ~ N(μ,σ^2)

On considère 2 « populations » P0 et P1.

- P0: Les étudiants qui mémorisent par la méthode silencieuse. On considère que les 240 étudiants forment cette population de référence (car leur nombre est assez grand).

  On suppose donc que μ_0=17.68 et σ_0^2 = 6.41
- P1: Les étudiants qui mémorisent par la méthode orale. Pour ces étudiants on ne possède qu'un échantillon et on considère donc μ_1 et σ_1^2 inconnus

Inférence

- Que pourrait-on dire sur les valeurs de μ_0 et σ_0^2 si on ne connaissait qu'un échantillon de la population P0 ?
- Peut-on considérer que la méthode orale permet de retenir plus de mots que la méthode silencieuse ? $\mu_1 > \mu_0$??

I1: Objectif et outils de l'inférence statistique

Le **but de l'inférence statistique** est de tenter de tirer des conclusions concernant la population à partir des résultats obtenus sur l'échantillon et de mesurer, par calcul de probabilités, le degré d'incertitude attaché à ces conclusions.

1. L'**estimation** a pour but d'estimer les paramètres (inconnus) de la population à partir de l'échantillon.

2. Les **intervalles de confiance** ont pour but d'indiquer, sur base d'une estimation, dans quel intervalle se trouve la "vraie" valeur d'un paramètre de la population, ceci en associant un certain degré de confiance à l'intervalle proposé.

3. Les **tests d'hypothèses** ont pour but de répondre à des questions concernant la population à partir de l'échantillon.

Note : les paramètres inconnus sont souvent nommés avec des lettres grecques.

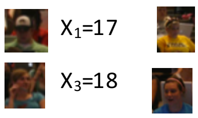
I1: But de l'estimation ponctuelle

But : Donner une valeur pour les paramètres inconnus d'une variable aléatoire X relative à une population à partir d'un échantillon extrait de cette population

Exemple : Estimer les paramètres μ et σ^2 de la v.a. X : score au test de mémoire d'un étudiant tiré au hasard à partir d'un échantillon de n étudiants tirés dans les 240.

Population des 240 étudiants : et ^{2} inconnus

Echantillons d'étudiants



$X_1=17$ $X_2=20$

$X_3=18$ $X_4=15$

Quelles valeurs donner à μ et σ^2 à partir de l'échantillon ?

I1 : Choix d'un estimateur

Estimateur

Formule qui permet d'estimer un paramètre inconnu à partir d'un échantillon de données.

Notation: le paramètre avec un accent circonflexe « ^ » ou une lettre latine

Exemples d'estimateurs

Moyenne μ d'un v. a. continue $\boxed{\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}$ $\boxed{\hat{\mu} = M = \frac{X_1 + X_N}{2}}$

Variance σ^2 d'un v.a. continue $\boxed{\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$ $\boxed{\hat{\sigma}^2 = v^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$

Quelle est la meilleure formule ????

Propriétés attendues pour un estimateur

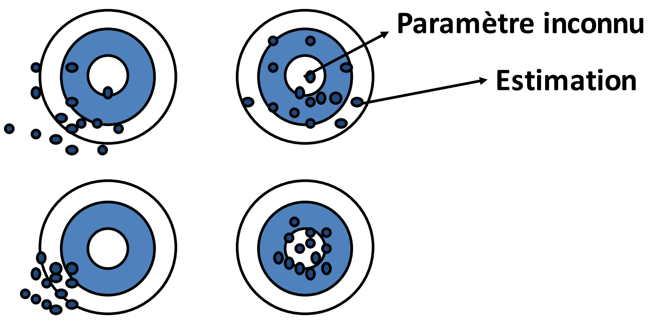
Absence de biais, faible variance, robustesse

Méthodes d'estimation

Il existe des méthodes pour trouver de «bonnes» formules : méthode des moindres carrés, des moments, de maximum de vraisemblance…

I1 : Qualités attendues pour l'estimateur

Un estimateur peut être vu comme un « tireur » qui essaye de viser le centre d'une cible



Propriétés attendues : **Absence de biais et variance minimale**

I1 : Propriétés des estimateurs : Simulations (1)

Un estimateur est une « variable aléatoire » qui dépend de l'échantillon que l'on a tiré. La distribution de cette variable va nous donner une indication sur sa qualité.

Expérience:

On tire (par ordinateur) 5000 fois 10 étudiants dans les 240 et on calcule chaque fois les 4 estimateurs :

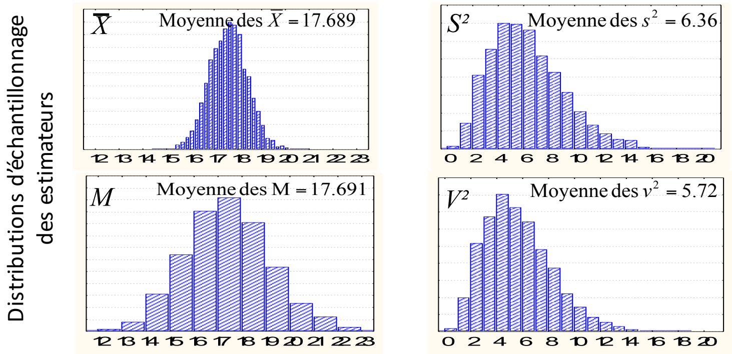
Essai	Echantillon	$\bar{X}$	M	v^2	s^2
1	(17,18,20,18,17,20,16, 15,17,15)	17.3	16	2.81	3.1222
2	(15,17,16,22,21,16,13,15,19,16)	17	15.5	7.2	8
.....					
5000	(18,18,24,21,18,15,17,20,13,18)	18.2	18	8.36	9.289
Valeur vraie du paramètre		μ=17.6833		σ^2=6.408	

? Quel estimateur donne des valeurs les plus proches des valeurs de la population ?

I1 : Comparaison des 4 estimateurs par simulations

Les histogrammes des 5000 estimations pour les 4 estimateurs montrent l'allure de leurs distributions d'échantillonnage.

Ces distributions permettent de juger de leur biais et précision



Valeur vraie du paramètre	μ=17.6833	σ^2=6.408

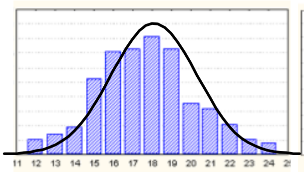
$\bar{X}$ et S^2 sont les meilleurs estimateurs possibles pour μ et σ^2 si les données sont Normales .

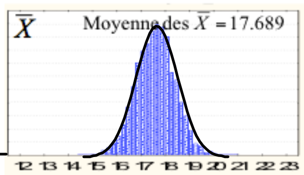
I1 : Notion de distribution d'échantillonnage

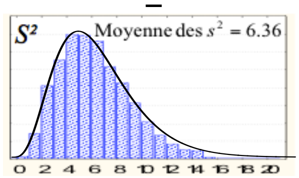
Une distribution d'échantillonnage montre comment un estimateur varie quand on le calcule sur différents échantillons d'une population. C'est la «distribution de probabilité» de l'estimateur. Connaître cette distribution est crucial pour construire des intervalles de confiance et des tests sur le paramètre d'intérêt.

Distributions d'échantillonnage de $\bar{X}$ et S^2

Si les données sont de distribution Normale, la moyenne arithmétique suit aussi une distribution Normale et la variance suit une distribution chi-carrée.







$X \cong N(\mu,\sigma^2)$ $\quad \bar{X} \sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$ $\quad S^2 \sim \frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{n-1}$

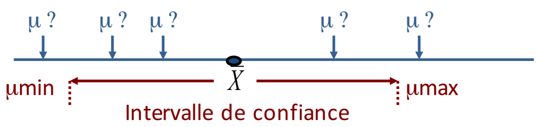
I1 : Intervalle de confiance : but et définition

But : Donner, à partir d'une estimation d'un paramètre, un intervalle dans lequel on est presque certain de trouver le paramètre inconnu.

Exemple : Soit UN échantillon de 10 étudiants de le population P0

$(X_1, X_2, ... X_{10})$ = (16, 17, 19, 17, 16, 19, 17, 14, 16, 16) $\quad \bar{X}$ = 16.7

Peut-on donner un intervalle dans lequel se trouve presque certainement avec un seul échantillon de 10 données ?



L'intervalle se base sur la distribution d'échantillonnage de $\bar{X} \sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

Sa largeur dépendra de cette distribution et d'un degré de confiance choisi

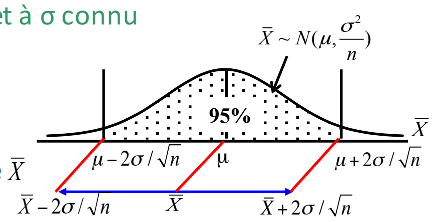
I1 : Intervalle de confiance pour la moyenne μ à σ connu

Question : Quelles valeurs donner à μmin et μmax pour assurer que

$$P(\mu_{\min} < \mu < \mu_{\max}) = 1 - \alpha$$

où 1-α est le niveau de confiance de l'IC (par ex 0.95) et α le niveau d'erreur ?

Raisonnement pour un intervalle à 95% et à σ connu



1. On sait que : $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
2. On en déduit que

   $$P(\mu - 2\sigma/\sqrt{n} < \bar{X} < \mu + 2\sigma/\sqrt{n}) \cong 0.95$$

3. On translate cet intervalle autour de $\bar{X}$

   $$P(\bar{X} - 2\sigma/\sqrt{n} < \mu < \bar{X} + 2\sigma/\sqrt{n}) \cong 0.95$$

4. On en déduit un intervalle de confiance de niveau confiance 95% pour μ

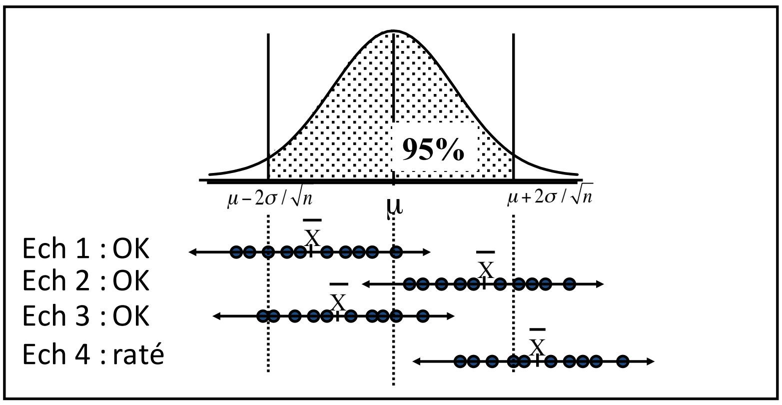
$$\left[\bar{X} - 2\sigma/\sqrt{n}, \bar{X} + 2\sigma/\sqrt{n}\right]$$

Formule générale pour un intervalle de confiance de niveau de confiance 1-α quand σ est connu : $\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}, \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}\right]$

où $z_{1-\alpha/2}$ est un percentile de la distribution d'un v.a. N(0,1)

I1 : Intervalle de confiance : interprétation

Un intervalle de confiance au niveau de confiance 95 % pour μ signifie que, pour 95% des échantillons tirés, l'intervalle conprendra la « vrai » moyenne.



Comment influencer la longueur d'un intervalle de confiance ?

I1: Intervalle de confiance : Exemple

Les données

Soit l'échantillon $(X_1, X_2, ... X_{10}) = (16, 17, 19, 17, 16, 19, 17, 14, 16, 16)$

$\bar{X} = 16.7$

Formule générale pour un intervalle de confiance de niveau de confiance 1- α à σ connu $\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\sigma / \sqrt{n}, \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\sigma / \sqrt{n}\right]$

Calcul d'un intervalle de confiance de niveau de confiance 99%

n = σ =

α = $z_{1-\alpha/2}$ =

Intervalle :

Interprétation :

Est-ce que cet intervalle a réussi son objectif ?

I1: Test d'hypothèse : but et définition

Objectif du test d'hypothèse

Répondre à une question sur la population à partir des données disponibles dans un échantillon.

Exemple

Variable : X: score au test de mémoire

Population de référence P0 : mémorisation «silencieuse».

$\mu_0 = 17.68$ et $\sigma_0^2 = 6.41$

Population d'intérêt P1 : mémorisation «orale».

Question : Est-ce qu'on mémorise mieux avec cette méthode ?

Echantillon de P1 : (19,18,20,20,21, 24,19,18,19,17)

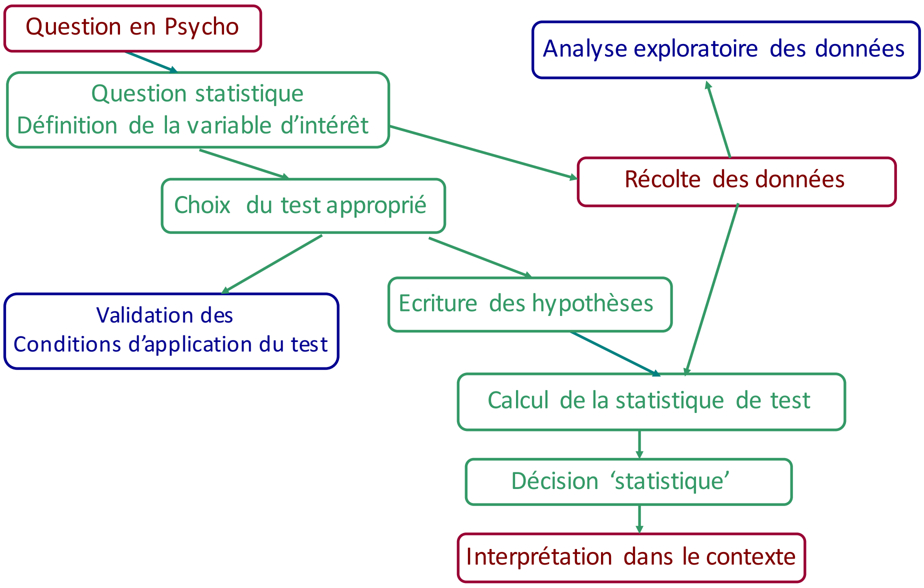
$\bar{X}_1 = 19.5$ μ_1 (de la population) est inconnu

Question ? $\mu_1 > 17.68$?

Méthode

Mise au point d'une règle de décision qui détermine, sur base des valeurs de $X_1, X_2, ..., X_n$ s'il faut accepter ou rejeter l'hypothèse (répondre « oui » ou « non » à la question).

I1: Etapes d'application d'un test



I1 : Test d'hypothèse sur une moyenne – Les étapes (1)

1. Définition de la question et de la variable d'intérêt

   Question: Est-ce qu'on mémorise en moyenne plus de mots avec la méthode orale qu'avec la méthode silencieuse ?

   X : Nombre de mots retenus avec la méthode orale

   X ~ $N(\mu,\sigma^2)$ – μ est inconnu et on suppose que la variance est identique que pour la méthode silencieuse $\sigma^2 = 6.41$

2. Choix du test

   Test sur une moyenne à variance connue

3. Hypothèses statistiques

   On écrit la question sous forme d'hypothèses à tester. On met dans H_1 ce qu'on veut prouver

   H_0 La méthode orale ne fonctionne pas mieux que la méthode silencieuse

   H_1 La méthode orale permet de retenir plus de mots que la méthode silencieuse

   H_0 $\mu \leq 17.68$ H_1 $\mu > 17.68$ On note 17.68 : μ_0

I1 : Test d'hypothèse sur une moyenne – Les étapes (2)

4. Récolte de données

10 étudiants qui ont mémorisé les mots par la méthode orale

X_i : (19,18,20,20,21, 24,19,18,19,17)

5. Estimation du paramétre d'intérêt

On estime la moyenne inconnue avec les données $\hat{\mu} = \bar{X} = 19.5$

6. Calcul d'une statistique de test

On définit une formule, la statistique de test, pour comparer le paramètre estimé à la valeur de référence.

$$z_{obs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1) \text{ sous } \mathrm{H}_0 \qquad z_{obs} = \frac{19.5 - 17.68}{2.53 / \sqrt{10}} = 2.275$$

La statistique est choisie pour avoir une distribution connue si H_0 est vrai

I1 : Test d'hypothèse sur une moyenne – Les étapes (3)

7. Règle de décision

- Elle a pour but de décider si H_0 ou H_1 est vrai à partir de la statistique de test
- Il existe 3 approches :
  - La méthode du seuil critique – quand on fait les tests « à la main »
    On calcule un seuil de rejet pour z_{obs} au delà duquel H_0 est « rejeté »
  - La méthode de la p-valeur utilisée par les logiciels de statistique
    On calcule la probabilité d'observer les données que l'on a si H_0 est vrai et si cette probabilité est faible (< α) on décide de rejeter H_0.
  - La méthode de l'intervalle de confiance utilisée quand on en a calculé un et uniquement pour les test bilatéraux (voir plus loin).

- Le calcul du seuil critique ou de la p-valeur dépendent des hypothèses et du test utilisé.
- La décision va se prendre avec un niveau d'incertitude donné α (souvent 0.05)
- On décide soit de rejeter H_0 soit de ne pas le rejeter.

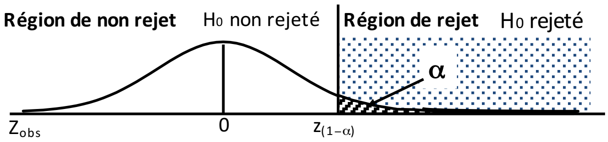
I1 : Test d'hypothèse sur une moyenne – Les étapes (4)

7.a Règle de décision par la méthode du seuil critique

Si H_0 est vrai $\mu = \mu_0$ et $z_{obs} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ suit une distribution N(0,1)

Si H_1 est vrai $\mu > \mu_0$ et z_{obs} prend en principe une valeur positive grande

a. On choisit un seuil au delà du quel z_{obs} a une petite probabilité α de tomber si H_0 est vrai et on décide de rejeter H_0 au delà de ce seuil.



Le seuil critique est le percentile 1-α de la Z~N(0,1) : $P(z_{Obs} > \text{seuil critique} \mid H_0) = \alpha$

b. On rejette H_0 si $z_{obs} > z_{1-\alpha}$

Exemple $z_{obs} = 2.275$, $z_{1-\alpha} =$

Décision :

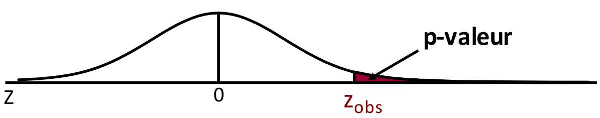
I1 : Test d'hypothèse sur une moyenne – Les étapes (5)

7.b Règle de décision par la méthode de la p-valeur

Si H_0 est vrai $\mu = \mu_0$ et $z_{obs} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ suit une distribution N(0,1)

Si H_1 est vrai $\mu > \mu_0$ et z_{obs} prend en principe une valeur positive grande

a. On calcule la pvaleur : la probabilité d'observer une statistique de test aussi grande que celle obtenue si H_0 vrai $P(Z > z_{obs})$



p-valeur=P(N(0,1) $> z_{obs}$) = $P(Z > z_{obs})$

b. On rejette H_0, si la p-valeur est plus petite que α

Exemple $z_{obs} = 2.275$, p-valeur =

Décision :

I1 : Test d'hypothèse sur une moyenne – Les étapes (6)

8. Conclusion statistique

La conclusion d'un test consiste à décider si on rejette H_0 ou si on ne rejette pas H_0. Attention ! On n'accepte jamais H_0 car on ne contrôle pas le risque d'erreur (voir plus loin…)

Exemple :

9. Interprétation dans le contexte

Retour à la question de base et réponse à la question dans le contexte de l'étude en donnant le risque d'erreur de la conclusion:

Exemple :

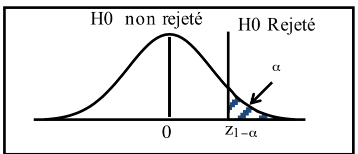
Autres remarques

- Le test fait ici est un test unilatéral : H_0 $\mu \le \mu_0$ contre H_1 $\mu > \mu_0$
- Le test H_0 $\mu \ge \mu_0$ contre H_1 $\mu < \mu_0$ est aussi unilatéral,
- Le test H_0 $\mu = \mu_0$ contre H_1 $\mu \ne \mu_0$ est appelé «bilatéral».
- σ a été considéré comme connu. S'il est inconnu on le remplace par s mais il faudra alors aller chercher le seuil ou la p-valeur dans une table de la t de student (voir partie I2).

I1: Tests unilatéral et bilatéral et RC et p-valeurs associées

Les calculs de la p-valeur et du seuil critique dépendent du couple d'hypothèses testé.

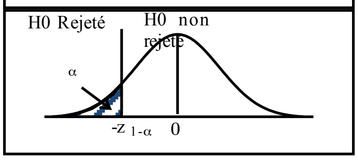
H_0 $\mu \le \mu_0$
H_1 $\mu > \mu_0$



On rejette « à droite »

P-valeur = $P(Z > z_{obs})$

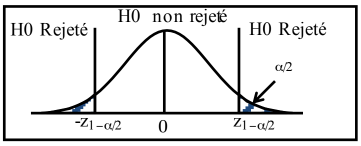
H_0 $\mu \ge \mu_0$
H_1 $\mu < \mu_0$



On rejette « à gauche »

P-valeur = $P(Z < z_{obs})$

H_0 $\mu = \mu_0$
H_1 $\mu \ne \mu_0$



On rejette et on répartit le risque des 2 côtés

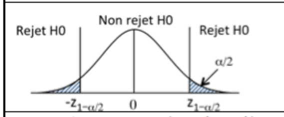
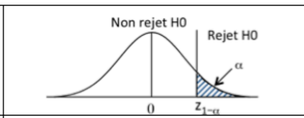
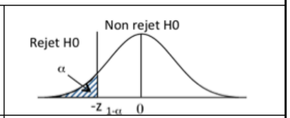
P-valeur = $2 \times P(Z > |z_{obs}|)$

I1 : Test et IC sur une moyenne σ connu – en résumé

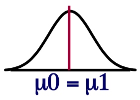
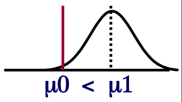
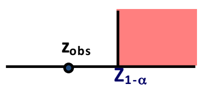
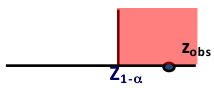
Une variable quantitative Normale X ~ N(μ,σ²)

Intervalle de confiance sur une moyenne μ à σ² connu : $\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}, \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}\right]$

Test sur une moyenne μ à σ² connu :

H_0 $\mu=\mu_0$ H_1 $\mu\neq\mu_0$	H_0 $\mu\leq\mu_0$ H_1 $\mu>\mu_0$	H_0 $\mu\geq\mu_0$ H_1 $\mu<\mu_0$
Statistique de test : $z_{obs} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ ~ N(0,1) sous H_0		
		
p-valeur = 2 x P(Z > $\lvert z_{obs}\rvert$)	p-valeur = P(Z > z_{obs})	p-valeur = P(Z < z_{obs})

I1: Test d'hypothèse : risques liés au test

	H_0 Vrai	H_1 Vrai
		
non rejet de H_0: $z_{obs} < z_{1-\alpha}$ 	(1) OK	(4) Risque β Erreur de type II
Rejet de H_0: $z_{obs} \geq z_{1-\alpha}$ 	(3) Risque α Erreur de type I	(2) OK 1-β

Le risque α est connu et on peut « accepter H_1 » en contrôlant le risque de se tromper
Le risque β n'est pas connu et on ne peut donc jamais « accepter H_0 »
on peut juste dire qu'on ne le rejette pas

I1 : Relation entre intervalle de confiance et test bilatéral

Un IC sur un paramètre peut aussi être utilisé comme règle de décision d'un test

Règle de décision

Soit un intervalle de confiance de niveau 1-α [θ_{min}, θ_{max}] pour un paramètre θ

Soit un test bilatéral sur θ: H_0 $\theta=\theta_0$ H_1 $\theta\neq\theta_0$

H_0 sera rejeté au niveau $\alpha^*\geq\alpha$ pour tous les θ_0 qui ne sont pas dans l'IC

Exemple : Analyse méthode de mémorisation orale

Soit un IC à 95% pour la moyenne du score par la méthode orale

$19.5 +/- 1.96 \times 2.53/\sqrt{10} = [17.9,21]$

Soit le test bilatéral H_0 $\mu=17.68$ H_1 $\mu\neq17.68$

Conclusion au niveau $\alpha^*=0.05$:

Quid si on avait fait le test aux niveaux

$\alpha^*=0.01$

et $\alpha^*=0.1$

I1 : Relation entre intervalle de confiance et test unilatéral

Si le test est unilatéral, il faut adapter la règle pour tenir compte du fait qu'un intervalle de confiance est bilatéral

Règle de décision

Soit un intervalle de confiance de niveau 1-α [θ_{min}, θ_{max}] pour un paramètre θ

Soit un test unilatéral sur θ: H_0 $\theta=\theta_0$ H_1 $\theta>\theta_0$

H_0 sera rejeté au niveau $\alpha^*\geq\alpha/2$ pour tous les θ_0 qui sont <u>plus petits</u> que l'IC

Soit un test unilatéral sur θ: H_0 $\theta=\theta_0$ H_1 $\theta<\theta_0$

H_0 sera rejeté au niveau $\alpha^*\geq\alpha/2$ pour tous les θ_0 qui sont <u>plus grands</u> que l'IC

Exemple : Analyse méthode de mémorisation orale

IC à 95% pour la moyenne du score par la méthode orale = [17.9,21]

Soit le test bilatéral H_0 $\mu=17.68$ H_1 $\mu>17.68$

Conclusion du test :

Pour quels niveaux α^* ce test est-il rejeté ?

I1: IC et tests pour 1 variable vus dans le cours de Bac2

Arbres de décision - Analyse descriptive et inférence sur une variable quantitative ou qualitative

	Réponse (VD) #	Réponse (VD) Type	Variable explicative (VI) #	Variable explicative (VI) Type	Indép/Répété ?	Question (relative à la population)	Classe de méthode	Outil	Conditions d'application	BAC
Une Variable	1	QL k=2 ou k>2				Visualisation et analyse de la distribution	Analyse descriptive	Tableau de fréquences		1
								Diagramme en barres		1
								Tableau de fréquences		1
							Inférence non paramétrique	IC sur une proportion	npi≥5	2
								Test binomial (k=2)		2
								Test Z sur une proportion (k=2)	npi≥5	2
								Test d'ajustement chi2 (k≥2)	npi≥5	2
	1	QT				Analyse de la valeur centrale	Analyse descriptive	Moyenne		1
								Médiane		1
								Mode (simple ou par classe)		1
							Inférence paramétrique	IC sur une moyenne	N et Ind	2
								test Z sur une moyenne	N, Ind, σ connu	2
								test t sur une moyenne		2
						Analyse de la dispersion	Analyse descriptive	Variance, Ecart-type (SD), CV		1
								Etendue		1
								Ecart inter-quartiles		1
							Inférence paramétrique	Test chi2 sur une variance	N et Ind	2
						Visualisation et analyse de la distribution	Analyse descriptive	Tableau de fréquence (simple ou par classes)		1
								Box-Plot		1
								Histogramme		1
								Diagramme en points		1
								QQ plot		2

I1: IC et tests pour 2 variables vus dans le cours de Bac2

Arbres de décision - Analyse descriptive et inférence sur deux variables quantitatives ou qualitatives

	Réponse (VD) #	Réponse (VD) Type	Variable explicative (VI) #	Variable explicative (VI) Type	Indép/Répété ?	Question (relative à la population)	Classe de méthode	Outil	Conditions d'application	BAC
2 Variables	1	QL k1=2	1	QL k2=2	Indépendants	Comparaison de 2 proportions	Inférence non param.	Test Z d'égalité de 2 proportions	Ind, np≥5	2
	1	QL k1≥2	1	QL k2≥2	Indépendants	Résumé, visualisation de la distribution par catégories	Analyse descriptive	Table de contingence		1
								Diagramme en barre par catégories		1
						Homogénéité de k2 distributions	Inférence non param.	Test chi2 d'homogénéité	Ind, Att≥5	2
	2	QL ki≥2				Résumé, visualisation de la distribution par catégories	Analyse descriptive	Table de contingence		1
								Diagramme en barre par catégories		1
						Relation	Inférence non param.	Test chi2 indépendance	Ind, Att≥5	2
	1	QT	1	QL k=2 ou ≥2	Indépendants	Comparaison des distributions	Analyse descriptive	Tableau de résumés descriptifs par catégories		1
								Box Plot par catégorie		1
	1	QT	1	QL k=2	Indépendants	Comparaison de 2 valeurs centrales	Inférence paramétrique	Test t d'égalité 2 μ (var =)	N, Ind, HomoV	2
								Test t d'égalité de 2 μ (var ≠)	N et Ind	2
							Inférence Non param.	Test de la somme des rangs de Wilcoxon (pt éch)	Ind	2
								Test Z de la somme des rangs de Wilcoxon (gr éch)	Ind, ni ≥ 25	2
						Comparaison de 2 variances	Inférence paramétrique	Test F d'égalité de deux variances	N et Ind	2
								Test d'égalité de deux varianceS de Levene	N et Ind	2
					Pairés	Comparaison de valeurs centrales	Inférence paramétrique	Test t d'égalité de 2 μ (données pairées)	N et Ind	2
							Inférence Non param.	Test des rangs de wilcoxon pour données pairées (pt ech)	Ind	2
								Test Z des rangs de wilcoxon pour données pairées (gr ech)	Ind, n ≥ 25	2
								Test de signe	Ind	2

I1 : Matériel et activités pour travailler le chapitre I1

Indispensable

- Transparents du cours
- Formulaire : arbre de décision et formulaire d'inférence statistique
- Syllabus de TPs partie « TP4 » et TP associés
- QCM méthodologie 3

En plus

- Syllabus d'inférence pp 1 à 30 sur I-campus : dans « Documents et lien - Autres documents utiles »
- Livre de Howell. Chapitre 4 (sauf section 4.11)

Inférence statistique

I2 : Inférence sur les paramètres d'UNE variable quantitative normale $N(\mu,\sigma^2)$

Outils

- Estimateurs des paramètres μ et σ^2 d'une v.a. $N(\mu,\sigma^2)$
- Intervalles de confiance sur μ et σ^2
- Test Z et t sur une moyenne
- Test χ^2 sur une variance
- QQ-Plot

I2: Motivation, objectifs et plan

Motivation

- Dans de nombreuses situations, un score, une mesure ou autre variable d'intérêt d'une étude est représentée sur une échelle continue et suit une distribution de probabilité Normale (grâce au TCL).
- La variable normale possède d'excellentes propriétés qui facilitent sa manipulation en inférence statistique.
- Ceci justifie que de nombreux outils d'inférence statistiques soient basés sur cette loi de probabilité.

Objectifs du chapitre

Proposer des outils d'inférence statistique sur les paramètres d'UNE variable normale $X \sim N(\mu,\sigma^2)$

Plan du chapitre

- Estimateurs de μ,σ^2 et distributions d'échantillonnage associées
- Intervalle de confiance sur μ,σ^2
- Distributions de t et χ^2
- Test Z et t sur une moyenne et test χ^2 sur une variance
- Options SPSS pour réaliser ces analyses
- Validation des hypothèses et QQ plot

I2 : Ex : Enfants avec un syndrôme de William

Objectifs de l'étude

Le psychologue d'un centre constate que les enfants ayant un syndrome de Williams sont souvent stressés lorsqu'il y a beaucoup de monde. Ne serait-ce pas dû à une hyperacousie? Il veut tester si ces enfants ont une audition qui s'écarte des autres enfants. Il dispose d'un test d'audition (ciblé sur l'hyperacousie) pour lequel les enfants tout-venant obtiennent des scores d'audition qui suivent une distribution N(12,9).

Expérience

Il fait passer un test d'audition (ciblé sur l'hyperacousie) à 10 enfants qui ont un syndrôme de William.

Ils obtiennent pour résultats (10, 11, 12, 14, 14, 15, 15, 16, 16, 17).

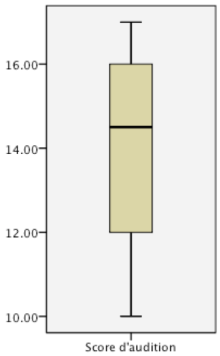
Questions

- Que peut-on dire, à partir de cet échantillon sur les scores d'audition de la population des enfants qui ont un syndrôme de William ?
- Est-ce que les enfants qui ont le syndrôme de William ont, en moyenne, une hyperacousie différentes que les enfants tout venant ?
- Est-ce-que la variabilité de ce groupe est aussi comparable à la population de référence ?

I2 : Ex 1: Analyse descriptive des données

Données : Williams.sav *Graph-Legacy dialog-Box Plot*

	Audition
1	10.00
2	11.00
3	12.00
4	14.00
5	14.00
6	15.00
7	15.00
8	16.00
9	16.00
10	17.00



Population de référence: N(12,9)

Analyze – Descriptive statistics - Descriptives

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Score d'audition	10	10.00	17.00	14.0000	2.30940
Valid N (listwise)	10				

I2 : Estimateurs des paramètres d'une N(μ,σ²)

Variable

X: une distribution Normale N(μ,σ²)

Exemple : X = Résultat au test d'audition

Données

(X_1, X_2, … X_n) n observations indépendantes de X

Exemple : n=10, (10, 11, 12, 14, 14, 15, 15, 16, 16, 17)

Estimateurs de μ et σ²

Quand les données sont Normale les meilleurs estimateurs de μ et σ² sont la moyenne arithmétique et la variance d'échantillon s^2. Ils sont sans biais et les plus précis possibles.

$$\boxed{\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i} \qquad \boxed{\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

Ex: $\bar{X}$ = 14 et s^2= 5.29 et s=2.3

Interprétation (rappel)

$\bar{X}$ et s^2 visent à approcher la valeur de la moyenne et de la variance du score d'audition de la population des enfants qui ont un syndrome de William

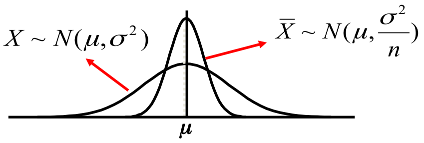
I2 : Distributions d'échantillonnage de $\bar{X}$ et s²

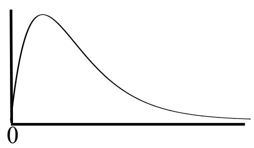
Définition (rappel)

La distribution d'échantillonnage d'un estimateur représente la distribution de probabilité des estimations qui seraient obtenues à partir d'un grand notre d'échantillons prélevés dans la population.

Distributions d'échantillonnage de la moyenne arithmétique et de la variance s²

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \qquad s^2 \sim \frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{n-1}$$





Utilité

Connaître la distribution d'échantillonnage permet de construire des tests et des intervalles de confiance.

I2: Intervalles de confiance sur les paramètres d'une N(μ,σ²)

Intervalle de confiance sur une moyenne μ de niveau de confiance 1-α sur la moyenne μ quand σ est connu (vu au chapitre I1).

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}, \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}\right]$$

Intervalle de confiance sur une moyenne μ de niveau de confiance 1-α sur la moyenne μ quand σ est inconnu.

On remplace σ par son estimateur *s* et on remplace *z* par un quantile *t* pour tenir compte de l'incertitude que l'on a sur σ

$$\left[\bar{X} - t_{n-1,1-\alpha/2}s/\sqrt{n}, \bar{X} + t_{n-1,1-\alpha/2}s/\sqrt{n}\right]$$

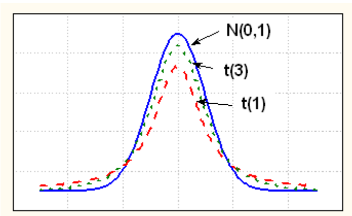
Intervalle de confiance une variance σ^2 de niveau de confiance 1-α

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}\right]$$

I2 : Distribution t de Student

La distribution de Student t

- Ressemble à la distribution d'une Z~N(0,1) mais a des « queues » plus épaisses.

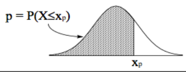


- On l'utilise, en inférence statistique sur des variables normales, quand une variance σ^2 est inconnue et qu'on la remplace par un estimateur s^2 afin de tenir compte de l'incertitude sur σ^2.
- Elle dépend d'un degré de liberté *dl* qui est fonction du nombre de données utilisées pour calculer la variance estimée.
- Plus le degré de liberté est grand, plus la t s'approche d'une N(0,1)

I2 : Tables de la t de student

Table des quantiles de la v.a. de Student

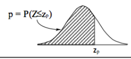
Fournit les quantiles x_p tels que $P(X \leq x_p) = p$ pour $X \sim t_{DL}$



p	0.7500	0.9000	0.9500	0.9750	0.9900	0.9950	0.9975	0.9990
DL								
1	1.0000	3.0780	6.3140	12.7060	31.8210	63.6570	127.3213	318.3088
2	0.8160	1.8860	2.9200	4.3030	6.9650	9.9250	14.0891	22.3271
3	0.7650	1.6380	2.3530	3.1820	4.5410	5.8410	7.4533	10.2145
4	0.7410	1.5330	2.1320	2.7760	3.7470	4.6040	5.5976	7.1732
5	0.7270	1.4760	2.0150	2.5710	3.3650	4.0320	4.7733	5.8934
6	0.7180	1.4400	1.9430	2.4470	3.1430	3.7070	4.3168	5.2076
7	0.7110	1.4150	1.8950	2.3650	2.9980	3.4990	4.0293	4.7853
8	0.7060	1.3970	1.8600	2.3060	2.8960	3.3550	3.8325	4.5008
9	0.7030	1.3830	1.8330	2.2620	2.8210	3.2500	3.6897	4.2968
10	0.7000	1.3720	1.8120	2.2280	2.7640	3.1690	3.5814	4.1437
100	0.6770	1.2900	1.6600	1.9840	2.3640	2.6260	2.8713	3.1737
inf	0.6745	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	2.8070	3.0902

Table des quantiles de la v. a. Normale réduite

Fournit les quantiles x_p tels que $P(Z \leq z_p) = p$ pour $Z \sim N(0,1)$



p	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.00		-2.3263	-2.0537	-1.8808	-1.7507	-1.6449	-1.5548	-1.4758	-1.4051	-1.3408
0.10	-1.2816	-1.2265	-1.1750	-1.1264	-1.0803	-1.0364	-0.9945	-0.9542	-0.9154	-0.8779
0.20	-0.8416	-0.8064	-0.7722	-0.7388	-0.7063	-0.6745	-0.6433	-0.6128	-0.5828	-0.5534
0.30	-0.5244	-0.4959	-0.4677	-0.4399	-0.4125	-0.3853	-0.3585	-0.3319	-0.3055	-0.2793
0.40	-0.2533	-0.2275	-0.2019	-0.1764	-0.1510	-0.1257	-0.1004	-0.0753	-0.0502	-0.0251
0.50	0.0000	0.0251	0.0502	0.0752	0.1004	0.1257	0.1510	0.1764	0.2019	0.2275
0.60	0.2533	0.2793	0.3055	0.3319	0.3585	0.3853	0.4125	0.4399	0.4677	0.4959
0.70	0.5244	0.5534	0.5829	0.6128	0.6433	0.6745	0.7063	0.7388	0.7722	0.8064
0.80	0.8416	0.8779	0.9154	0.9542	0.9945	1.0364	1.0803	1.1264	1.1750	1.2265
0.90	1.2816	1.3408	1.4051	1.4758	1.5548	1.6449	1.7507	1.8808	2.0537	2.3263

Exercices

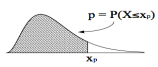
- $P(t_3<2.353)=$ Notation :
- Que vaut a tel que $P(t_5<a)=0.99$? a= Notation: a=
- Donner leS quantile $z_{0.99}$ = et $t_{100,0.99}$=
- Donner $t_{9,0.975}$= $t_{100,0.975}$=

I2: Distribution χ^2

- La distribution Chi-carré est utilisée pour faire de l'inférence sur des sommes de carrés de variables normales indépendantes.
- C'est le cas pour des variances s^2 mais aussi dans les tests d'ajustement χ^2
- La distribution χ^2 dépend d'un paramètre, le degré de liberté, qui est fonction du nombre de termes indépendants dans la somme des carrés concernée.
- La table donne les quantiles.

Table des quantiles de la v.a. Chi-Carré

Fournit les quantiles x_p tels que $P(X \leq x_p) = p$ pour $X \sim \chi^2_{DL}$



p	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.250	0.500	0.750	0.900	0.95	0.975	0.990	0.995
DL													
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.64	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.82	9.35	11.35	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	1.74	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19

Exercices

- $P(\chi_3^2<4.11)$=

  Notation :
- Que vaut a tel que $P(\chi_5^2<a) = 0.01$

  a= Notation:
- Donner les quantiles

  $\chi^2_{9,0.025}$ =

  $\chi^2_{9,0.975}$ =

I2 : Ex : calcul d'intervalles de confiance sur μ et σ^2

Données

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Score d'audition	10	10.00	17.00	14.0000	2.30940
Valid N (listwise)	10				

Intervalles de confiance à 95% sur la moyenne à σ inconnu

$$\left[\bar{X} - t_{n-1,1-\alpha/2} s/\sqrt{n}, \bar{X} + t_{n-1,1-\alpha/2} s/\sqrt{n}\right]$$

Interprétation:

Intervalles de confiance à 95% sur la variance σ^2 et sur l'écart-type σ

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}\right]$$

Interprétation:

I2 : Tests sur les paramètres d'une N(μ,σ^2)

Trois tests sont proposés

Exemple :

X~N(μ,σ^2) score d'audition X d'enfants qui ont le syndrome de William.

X~N(12,9) score de la population des enfants « tout-venant »

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Score d'audition	10	10.00	17.00	14.0000	2.30940
Valid N (listwise)	10				

1. Test d'hypothèse sur la moyenne μ avec le σ de la population considéré comme connu.

   Exemple : Est-ce-que le score moyen des enfants qui ont le syndrome est différent de celui des enfants tout venant : $\mu \neq 12$? en considérant que $\sigma^2 = 9$

2. Test d'hypothèse sur la moyenne μ avec le σ inconnu.

   Exemple : $\mu \neq 12$? en considérant que σ^2 est inconnu

3. Test d'hypothèse sur la variance σ^2

   Exemple : Est-ce-que la variance du score pour les enfants qui ont le syndrome de William est différente de celle des enfants tout venant ?

   ? $\sigma^2 \neq 5.33$

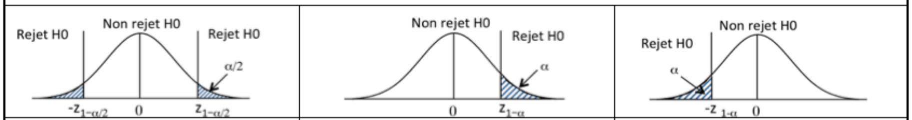
I2 : Test sur une moyenne μ avec σ^2 connu ou inconnu

Données : $X_i \sim iN(\mu,\sigma^2)$ la question porte sur

σ connu

$H_0\ \mu=\mu_0 \quad H_1\ \mu\neq\mu_0$	$H_0\ \mu\leq\mu_0 \quad H_1\ \mu>\mu_0$	$H_0\ \mu\geq\mu_0 \quad H_1\ \mu<\mu_0$

Statistique de test : $z_{obs} = \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ sous H_0

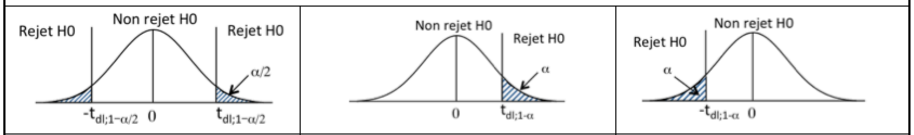


p-valeur = 2 x $P(Z > \lvert z_{obs}\rvert)$	p-valeur = $P(Z > z_{obs})$	p-valeur = $P(Z < z_{obs})$

σ inconnu

$H_0\ \mu=\mu_0 \quad H_1\ \mu\neq\mu_0$	$H_0\ \mu\leq\mu_0 \quad H_1\ \mu>\mu_0$	$H_0\ \mu\geq\mu_0 \quad H_1\ \mu<\mu_0$

Statistique de test : $t_{obs} = \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{dl}$ sous H_0 avec dl = n-1



p-valeur = 2 x $P(t_{dl} > \lvert t_{obs}\rvert)$	p-valeur = $P(t_{dl} > t_{obs})$	p-valeur = $P(t_{dl} < t_{obs})$

I2 : Ex : Test sur une moyenne μ avec σ inconnu

Question :

Données

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Score d'audition	10	10.00	17.00	14.0000	2.30940
Valid N (listwise)	10				

Hypothèses

H0 : μ   H1 : μ

Statistique de test $t_{obs} = \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} =$

Règle de décision

Décision

Interprétation:

I2: IC et test sur une moyenne en SPSS

Intervalle de confiance sur une moyenne à σ inconnu

Analyze – Descriptive statistics - Explore

Descriptives

			Statistic	Std. Error
Score d'audition	Mean		14.0000	.73030
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	12.3480	
		Upper Bound	15.6520	
	5% Trimmed Mean		14.0556	
	Median		14.5000	
	Variance		5.333	
	Std. Deviation		2.30940	
	Minimum		10.00	
	Maximum		17.00	
	Range		7.00	
	Interquartile Range		4.25	
	Skewness		-.609	.687
	Kurtosis		-.748	1.334

Test sur une moyenne à σ Inconnu

Analyse – Compare means – One sample T-Test

One-Sample Statistics

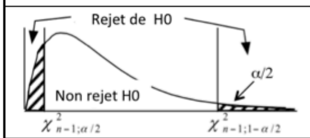
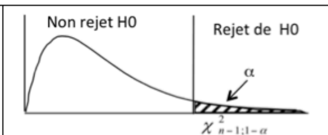
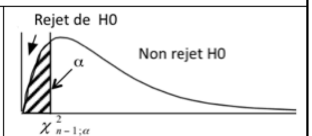
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Score d'audition	10	14.0000	2.30940	.73030

One-Sample Test

	Test Value = 12					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Score d'audition	2.739	9	.023	2.00000	.3480	3.6520

I2 : Test sur variance σ^2

Données : $X_i \sim iN(\mu,\sigma^2)$ μ inconnu, σ^2 inconnu

$H_0\ \sigma^2=\sigma_0^2$ $H_1\ \sigma^2\neq\sigma_0^2$	$H_0\ \sigma^2\leq\sigma_0^2$ $H_1\ \sigma^2>\sigma_0^2$	$H_0\ \sigma^2\geq\sigma_0^2$ $H_1\ \sigma^2<\sigma_0^2$
Statistique de test : $\chi^2_{obs} = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$ sous H_0		
		
p-valeur = pas utile	p-valeur = pas utile	p-valeur = pas utile

I2 : Ex : Test sur variance 2

Question

Données

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Score d'audition	10	10.00	17.00	14.0000	2.30940
Valid N (listwise)	10				

Hypothèses

H0 : H1 :

Statistique de test $\chi^2_{obs} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$

Règle de décision

Décision

Interprétation

Attention, ce test n'existe pas en SPPS !!!

I2: Hypothèses sous-jacentes aux tests sur une Normale

Les tests et intervalles de confiance sur les paramètres d'une normale supposent que :

- Les données sont de distribution Normale
- Les observations sont indépendantes
- Il n'y a pas de données aberrantes

Comment les vérifier ?

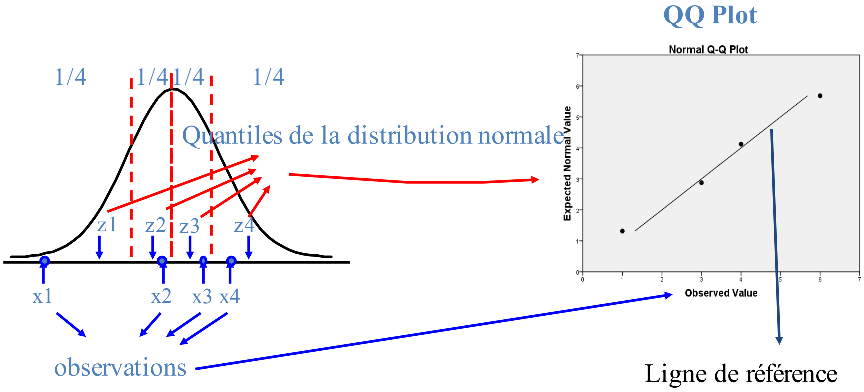
- Normalité : par un qq plot sur les données de l'échantillon
- L'indépendance est souvent validée par le contexte
- Données aberrantes : par un box-plot

Que faire si elle ne sont pas vérifiées ?

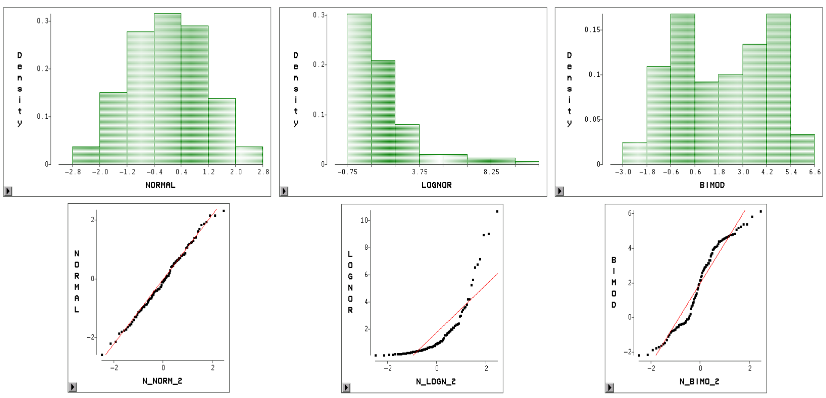
- Transformation (log, racine, 1/x…) qui permet souvent de transformer des données asymétrique en des données « plus normales »
- Autres tests (non-paramétriques, …)
- Faire le test avec et sans les données aberrantes et comparer les résultats.

I2 : Vérification de la normalité : QQ Plot

Un QQ plot consiste à comparer les données observées aux données qu'on devrait avoir si elles suivaient « parfaitement » une distribution normale. Les valeurs observées et « idéales » sont représentées sur un graphe X-Y qui doit montrer une tendance linéaire en cas de normalité.



I2 : QQ Plots typiques



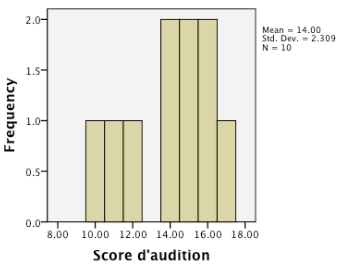
Attention à ce qui est mis en X et Y - ça dépend du logiciel !

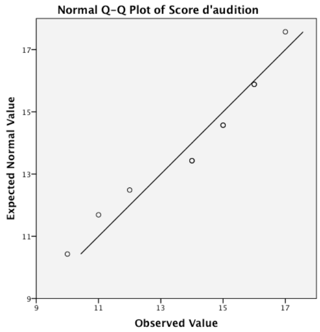
Le qqplot peut s'utiliser pour comparer deux distributions quelconques !

I2: Ex : vérification de la normalité

Analyze – Descriptive statistics – QQ Plots

	Audition
1	10.00
2	11.00
3	12.00
4	14.00
5	14.00
6	15.00
7	15.00
8	16.00
9	16.00
10	17.00





Attention, éviter de faire un histogramme avec si peu de données

I2 : Interprétation d'un test SPSS pour un test unilatéral

Les p-valeurs des tests proposés par SPSS considèrent presque toujours que le test que l'on réalise est bilatéral (= contre ≠). On peut malgré tout les interpréter quand on désire réaliser un test unilatéral.

On rejette H_0 pour un test unilatéral sous les 2 conditions suivantes:

- La p-valeur du test bilatéral divisée par 2 est plus petite que α
- Le paramètre d'intérêt estimé vérifie bien l'hypothèse H_1

Exemple:

On se demande si les enfants qui ont un syndrome de Williams obtiennent, en moyenne, des scores d'audition plus grand que la moyenne de référence 12.

H0 : $\mu \leq 12$ H1 : $\mu > 12$

P-valeur :

Moyenne observée :

Décision :

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Score d'audition	10	14.0000	2.30940	.73030

One-Sample Test

	Test Value = 12			
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
Score d'audition	2.739	9	.023	2.00000

I2: L'interprétation de sorties SPSS - CIC

A quelles questions devez-vous être capables de répondre devant chaque nombre apparaissant dans une sortie SPSS ?

- Quel est le **C**oncept sous-jacent au résultat numérique affiché ? Savoir le définir dans vos mots, dire à quoi il sert et comment l'interpréter « théoriquement ».
- Comment **I**nterpréter le résultat dans le contexte de l'étude ?
- Quelles formules ont été utilisées pour le **C**alculer et comment ce résultat numérique est-il lié aux résultats disponibles par ailleurs ?

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Score d'audition	10	14.0000	2.30940	.73030

One-Sample Test

	Test Value = 12					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Score d'audition	2.739	9	.023	2.00000	.3480	3.6520

I2 : Vu dans le chapitre I2 et matériel et activités pour travailler

	Réponse (VD) #	Réponse (VD) Type	Variable explicative (VI) #	Variable explicative (VI) Type	Indép/Répété ?	Question (relative à la population)	Classe de méthode	Outil	Conditions d'application	BAC
Une Variable	1	QT				Analyse de la valeur centrale	Analyse descriptive	Moyenne		1
								Médiane		1
								Mode (simple ou par classe)		1
							Inférence paramétrique	IC sur une moyenne	N et Ind	2
								test Z sur une moyenne	N, Ind, σ connu	2
								test t sur une moyenne		2
						Analyse de la dispersion	Analyse descriptive	Variance, Ecart-type (SD), CV		1
								Etendue		1
								Ecart inter-quartiles		1
							Inférence paramétrique	IC sur une variance	N et Ind	2
								Test chi2 sur une variance	N et Ind	2
						Visualisation et analyse de la distribution	Analyse descriptive	Tableau de fréquence (simple ou par classes)		1
								Box-Plot		1
								Histogramme		1
								Diagramme en points		1
								QQ plot		2

Indispensable

- Transparents du cours
- Formulaire p 19
- Syllabus de TPs partie TP4 et TP
- SPSS: Podcasts 11 et drill 5

En plus

- Syllabus d'inférence pp 32 à 47 sur I-campus : dans « Documents et lien - Autres documents utiles »
- Livre de Howell. Chapitre 7, section 7.1 à 7.3

Inférence statistique

I3 : Tests sur les paramètres d'une variable quantitative normale observée sur deux groupes indépendants ou pairés

Outils

Test t de comparaison des moyennes de deux populations indépendantes de variances égales ou différentes.

Tests F et de Levene de comparaison de deux variances de populations indépendantes

Test t de comparaison de deux moyennes pour échantillons pairés

I3: Motivation, objectifs et plan

Motivation

- Une question fréquente en statistique consiste à comparer les moyennes ou les variances d'une variable continue X observée sur deux groupes d'individus ou un même groupe observé dans 2 situations différentes.
- Ex: comparaison de l'effet d'un traitement sur deux groupes de patients (H/F, malade/sains …) ou d'un score avant et après un traitement chez les mêmes individus.

Objectifs du chapitre

Proposer des outils d'inférence statistique sur les paramètres d'un variable normale X observée dans deux conditions différentes

$X_1 \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$ et $X_2 \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$

Plan du chapitre

- Exemple
- Hypothèses statistiques
- Tests t sur les moyennes de 2 échantillons indépendants
- Test F sur les variances de 2 échantillons indépendants
- Test t pour échantillons pairés
- Validation des hypothèses

I3 : Ex : Enfants et jeux vidéo - Intro

Objectifs de l'étude

La société Blizzard désire étudier si un nouveau jeu vidéo pour jeunes ados développé aux USA est adapté au marché européen. Le jeu a déjà été largement testé sur le marché Américain qui sert de référence. Les variables ciblées sont le stress lié au jeu et la rapidité des joueurs à passer les niveaux.

Expérience

32 jeunes européens (16 de 10 ans et 16 de 14 ans) testent le jeu.

Variables mesurées

- T est le temps mis pour réussir le niveau 1 (en minutes).
- RD est le rythme cardiaque avant le test (en pulsations par minute).
- RF est le rythme cardiaque à la fin du niveau 1.

Questions (en bref)

- Comment les enfants européens se situent-ils par rapport aux américains ?
- Est-ce-que le rythme cardiaque augmente au cours du jeu ?
- Est-ce-que les enfants de 14 ans sont + ou – rapides pour réaliser le premier niveau du jeu que les enfants de 10 ans ? La variabilité des données de chacun des 2 groupes est-elle différentes ?

I3 : Ex : Enfants et jeux vidéo – les données

Données Européennes

	Enfants de 10 ans				Enfants de 14 ans			
No	RD1	RF1	DIF1	T1	RD2	RF2	DIF2	T2
1	70	90	20	16.25	55	64	9	15.42
2	63	80	17	14.75	74	82	8	10.96
3	63	88	25	9.37	67	80	13	9.07
4	78	107	29	19.31	83	90	7	14.54
5	74	99	25	12.41	63	74	11	7.6
6	73	103	30	18.73	64	73	9	14.93
7	76	107	31	14.25	73	82	9	1.97
8	68	86	18	15.74	87	97	10	8.25
9	85	115	30	18.28	78	86	8	14.33
10	62	89	27	13.69	77	81	4	8.34
11	93	116	23	15.96	63	72	9	4.63
12	85	114	29	11.84	66	79	13	6.37
13	69	96	27	16.05	69	79	10	10.27
14	80	98	18	12.92	70	81	11	10.01
15	78	112	34	12.74	61	73	12	7.49
16	74	99	25	12.41	63	74	11	7.6

Référence Américaine

Enfants Américains						
	Enfants de 10 ans			Enfants de 14 ans		
	RD1	RF1	T1	RD2	RF2	T1
μ	72	85	12	70	80	9
σ^2	64	100	9	64	100	4

I3 : Ex : Enfants et jeux vidéo : questions détaillées

Comparaisons à la population américaine (non discutées ici car relèvent du ch I2)

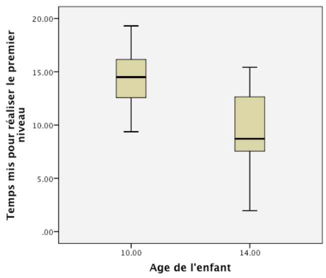
- Un enfant européen de 10 ans est-il, en moyenne, moins rapide qu'un enfant américain pour venir à bout du premier niveau du jeu ? (test t sur une moyenne)
- Le rythme cardiaque d'un enfant européen de 10 ans qui n'a pas encore joué (RD1) est-il différent de celui d'un enfant américain du même âge ? (test t sur une moyenne)
- La variance de la variable "Temps mis par un enfant de 14 ans pour réussir le niveau 1 (T2) » est elle différente de $\sigma_0^2=4$, la variance établie pour la population américaine ? (test chi2 sur une variance)

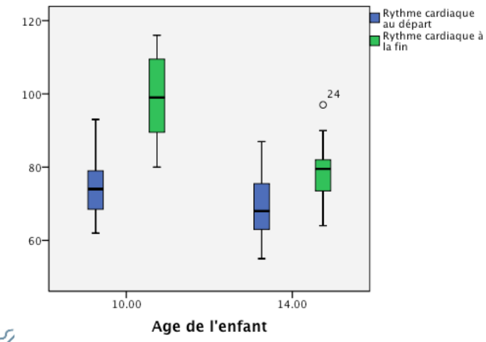
Etude des enfants européens seuls

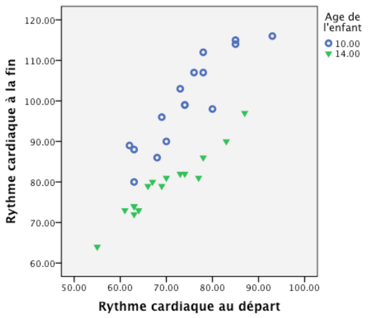
- Le temps moyen mis par un enfant européen de 10 ans pour venir à bout du premier niveau du jeu vidéo est-il plus élevé que le temps mis par un enfant de 14 ans ?
- Le jeux vidéo est-il "dangereux" pour un enfant de 10 ans ? c'est-à-dire, a-t-il pour conséquence d'augmenter en moyenne le rythme cardiaque de plus de 20 pulsations par minute ?
- La différence entre le rythme cardiaque avant et après le test est-elle identique pour un enfant de 10 ans et de 14 ans ?
- La population des enfants de 10 ans est-elle plus ou moins variable que celle des enfants de 14 ans au niveau du temps pour réussir le niveau 1 ?

I3 : Ex : Enfants et jeux vidéo : Analyse descriptive

Age de l'enfant		Rythme cardiaque au départ	Rythme cardiaque à la fin	Différence de rythme cardiaque	Temps mis pour réaliser le premier niveau
10.00	N	16	16	16	16
	Mean	74.4375	99.9375	25.5000	14.6688
	Std. Deviation	8.70225	11.28698	5.12510	2.73861
14.00	N	16	16	16	16
	Mean	69.5625	79.1875	9.6250	9.4863
	Std. Deviation	8.59433	7.81638	2.30579	3.83676
Total	N	32	32	32	32
	Mean	72.0000	89.5625	17.5625	12.0775
	Std. Deviation	8.86093	14.22387	8.96206	4.20513







I3 : Hypothèses statistiques et notations

Variable

X une variable d'intérêt de distribution $N(\mu,\sigma^2)$

Exemple : Temps ou Rythme cardiaque

2 cas : populations indépendantes et appariées

- Cas 1: la variable est observée sur 2 échantillons de tailles n_1 et n_2 émanant de deux populations indépendantes
  Exemple: temps chez les enfants de 10 et 14 ans
- Cas 2: la variable X est observée deux fois sur chaque individu dans des conditions différentes. On dit que les données sont «pairées»
  Exemple : Rythme cardiaque chez une enfant avant et après le jeu

Notations

- X_1 : variable X observée sur le 1er groupe et X_2 sur le second
- $X_1 \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$ et $X_2 \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$
- n_1 et n_2 le nombre de données de chaque groupe.
- $\bar{X}_1, \bar{X}_2, s_1^2, s_2^2$ les moyennes et variances des données des 2 groupes

I3 : Les tests et les questions

Test de comparaison de 2 moyennes de 2 échantillons indépendants

- Question : $\mu_1 \neq \mu_2$?
- Test t avec deux versions selon que σ_1^2 est = ou ≠ de σ_2^2
- Exemple : comparaison des temps moyens pour les enfants de 10 à 14 ans.

Test de comparaison de 2 variances de 2 échantillons indépendants

- Question : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$?
- Test F ou test de Levene
- Doit être réalisé avant de comparer les moyennes
- Exemple : comparaison des variances des temps pour les enfants de 10 à 14 ans.

Test de comparaison des moyennes de 2 échantillons pairés

- Question : $\mu_1 \neq \mu_2$?
- On travaille sur les différences et on se ramène à un test sur une moyenne
- Exemple : Etude de l'augmentation du RC moyen durant le jeu.

I3: Tests t sur les moyennes de deux échantillons indépendants

Hypothèses

H_0 $\mu_1 = \mu_2$ $\quad H_1$ $\mu_1 \neq \mu_2$	H_0 $\mu_1 \leq \mu_2$ $\quad H_1$ $\mu_1 > \mu_2$	H_0 $\mu_1 \geq \mu_2$ $\quad H_1$ $\mu_1 < \mu_2$

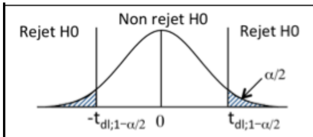
Statistique de test

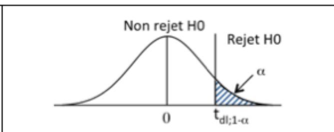
Si on suppose $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\quad t_{obs} = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{s^{*2}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{dl}$ sous H_0 avec $s^{*2} = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

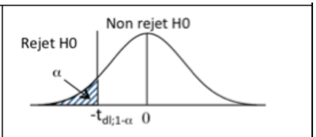
et $dl = n_1 + n_2 - 2$

Si $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $\quad t_{obs} = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} \sim t_{dl}$ sous H_0 avec $dl = \left(\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2 \Bigg/ \left(\dfrac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1-1} + \dfrac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2-1}\right)$

Règle de décision : idem test t sur une moyenne







p-valeur = 2 x $P(t_{dl} > \lvert t_{obs} \rvert)$	p-valeur = $P(t_{dl} > t_{obs})$	p-valeur = $P(t_{dl} < t_{obs})$

I3: Tests t sur 2 moyennes : statistique de test

D'où vient la statistique de test du test de comparaison de 2 moyennes ?

On compare les 2 moyennes

Variance commune pour les 2 groupes

$$t_{obs} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{s^{*2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{dl} \text{ sous } H_0 \quad \text{avec} \quad s^{*2} = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

et $dl = n_1 + n_2 - 2$

Ecart-type de $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$
quand les variances sont supposées égales

Degrés de liberté de s^{*2}

$$t_{obs} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \overset{A}{\sim} t_{dl} \text{ sous } H_0 \text{ avec } dl = \left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2 \Bigg/ \left(\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2-1}\right)$$

Ecart-type de $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

La statistique ne suit pas
Exactement une t

Formule de degrés de liberté
de Satterthwaite pour
s'approcher d'une t

I3: Test F sur les variances de deux échantillons indépendants

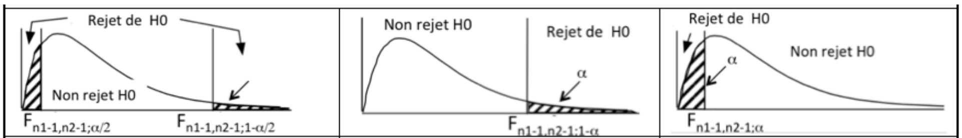
Hypothèses

$H_0\ \sigma_1^2=\sigma_2^2$ $H_1\ \sigma_1^2\neq\sigma_2^2$	$H_0\ \sigma_1^2\leq\sigma_2^2$ $H_1\ \sigma_1^2>\sigma_2^2$	$H_0\ \sigma_1^2\geq\sigma_2^2$ $H_1\ \sigma_1^2<\sigma_2^2$

Statistique de test

$$F_{obs} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{n_1-1,n_2-1} \quad \text{sous } H_0$$

Règle de décision



p-valeur = pas utile	p-valeur = pas utile	p-valeur = pas utile

Test de Levene

Test utilisé par SPSS pour tester l'égalité de 2 ou k variances. Il sera présenté en Bac 3 mais l'interprétation de sa p-valeur est identique à celle du test F.

I3 : La distribution F de Fischer-Snedecor

- La distribution F est utilisée en inférence statistique pour tester l'égalité de 2 variances indépendantes que ce soit pour comparer 2 simples variances ou pour faire de l'ANOVA (Bac 3)
- La distribution F dépend de 2 degrés de liberté dl1 et dl2 et est le rapport de 2 variables chi-carré à dl1 et dl2 degrés de liberté.
- La table donne les quantiles en fonction des 2 degrés de liberté.

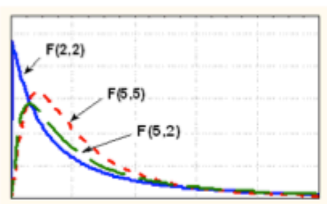
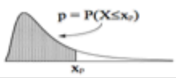


Table des quantiles de la v.a. de Fisher

Fournit les quantiles x_p tels que $P(X\leq x_p)=p$ pour $X \sim F_{DL1;DL2}$



p=0.95

DL1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	50	100	inf
DL2															
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	248	250	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.9	8.8	8.8	8.8	8.7	8.6	8.6	8.5	8.5
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.80	5.75	5.70	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.56	4.50	4.44	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.87	3.81	3.75	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.45	3.38	3.32	3.28	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.15	3.08	3.02	2.98	2.93

Exemple

$F_{2,4,0.025}$=

$F_{15,15,0.0975}$ =

I3: Ex: Test de comparaison de 2 variances

Question

La population des enfants de 10 ans est-elle aussi homogène que celle des enfants de 14 ans au niveau du temps pour réussir le niveau 1.

Temps mis pour réaliser le premier niveau

Age de l'enfant	N	Mean	Std. Deviation
10.00	16	14.6688	2.73861
14.00	16	9.4863	3.83676
Total	32	12.0775	4.20513

Hypothèses

H_0 H_1

Statistique de test

Règle de décision

Décision

Interprétation

I3: Ex: Test sur les moyennes de 2 échantillons indépendants

Question

Le temps moyen mis par un enfant de 10 ans pour venir à bout du premier niveau du jeu vidéo est-il plus élevé que le temps mis par un enfant de 14 ans ?

Temps mis pour réaliser le premier niveau

Age de l'enfant	N	Mean	Std. Deviation
10.00	16	14.6688	2.73861
14.00	16	9.4863	3.83676
Total	32	12.0775	4.20513

Hypothèses

H_0 H_1

Statistique de test

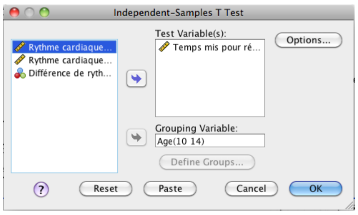
Règle de décision

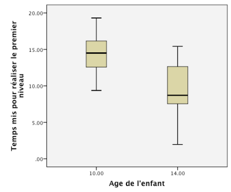
Décision

Interprétation

I3: Comparaison de 2 groupes indépendants avec SPSS (2)

Analyze – Compare means
– Independent samples T Test





Group Statistics

	Age de l'enfant	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Temps mis pour réaliser le premier niveau	10.00	16	14.6688	2.73861	.68465
	14.00	16	9.4863	3.83676	.95919

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Temps mis pour réaliser le premier niveau	Equal variances assumed	1.367	.252	4.398	30	.000	5.18250	1.17847	2.77574	7.58926
	Equal variances not assumed			4.398	27.135	.000	5.18250	1.17847	2.76504	7.59996

I3: Comparaison de 2 groupes indépendants avec SPSS (2)

Le tableau propose les 2 tests t de comparaison de moyennes pour variances = et ≠

Test d'égalité de variances par le test de Levene.

Tests t d'égalité des moyennes

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Temps mis pour réaliser le premier niveau	Equal variances assumed	1.367	.252	4.398	30	.000	5.18250	1.17847	2.77574	7.58926
	Equal variances not assumed			4.398	27.135	.000	5.18250	1.17847	2.76504	7.59996

Si Sig=pvaleur > 0.05, on considère que les variances ne sont pas différentes et on regarde la première ligne du tableau pour comparer les moyennes.

Statistique de test

Degrés de liberté

P-valeur du test bilatéral

Différence des 2 moyennes

Ecart-type de la différence

Intervalle de confiance sur la différence $\mu_1 - \mu_2$

I3: Comparaison de deux moyennes pour données pairées

Principe

- On ne peut pas appliquer le test t sur 2 moyennes aux données pairées car l'hypothèse d'indépendance entre les 2 mesures n'est pas vérifiée.
- Pour comparer les moyennes des deux échantillons pairés, le principe est de calculer les différences entre les paires de données et de réaliser un test d'hypothèse sur la moyenne des différences.

Test de comparaison des moyennes de 2 échantillons pairés

- Calcule les différences D_i des données 2 à 2 $D_i=X_{1i}-X_{2i}$
- Calculer la moyenne et la variance des différences $\bar{D}$ et s_D^2
- Ecrire la question sur les 2 moyennes μ_1 et μ_2 comme une question sur μ_D : exemple $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ devient $H_1 : \mu_D > 0$
- Appliquer aux données D_i un test d'hypothèse sur UNE moyenne

I3: Ex: Comparaison de deux moyennes pour données pairées

Question

Le jeux vidéo est-il "dangereux" pour un enfant de 10 ans ? c'est-à-dire, a-t-il pour conséquence d'augmenter en moyenne le rythme cardiaque de plus de 20 pulsations par minute ?

Descriptive Statistics

Age de l'enfant		N	Mean	Std. Deviation
10.00	Différence de rythme cardiaque	16	25.5000	5.12510
14.00	Différence de rythme cardiaque	16	9.6250	2.30579

Hypothèses

H_0 H_1

Statistique de test

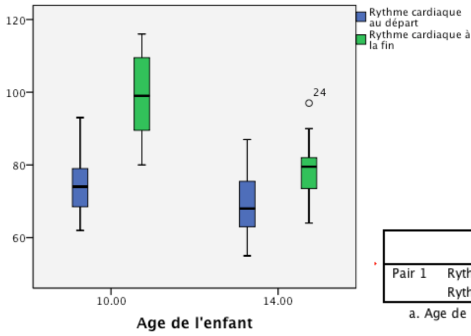
Règle de décision

Décision

Interprétation

I3: Comparaison de données pairées avec SPSS

Analyze – Compare means – Paired sample T Test



Hypothèses SPSS

$H_0 \;\; \mu_D=0 \qquad H_1 \;\; \mu_D\neq 0$

Paired Samples Statistics[a]

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Rythme cardiaque à la fin	99.9375	16	11.28698	2.82174
	Rythme cardiaque au départ	74.4375	16	8.70225	2.17556

a. Age de l'enfant = 10.00

Paired Samples Test[a]

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
					95% Confidence Interval of the Difference				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1	Rythme cardiaque à la fin - Rythme cardiaque au départ	25.50000	5.12510	1.28128	22.76903	28.23097	19.90	15	.000

a. Age de l'enfant = 10.00

I3: Vérification des hypothèses sous-jacentes aux tests

Les tests donnés dans ce chapitre supposent que

- Les données sont de distribution Normale
- Les observations sont indépendantes (pas nécessairement les échantillons)
- Les variances sont éventuellement égales (comparaison de 2 moyennes pour échantillons indépendants)
- Il n'y a pas de données aberrantes

Comment les vérifier ?

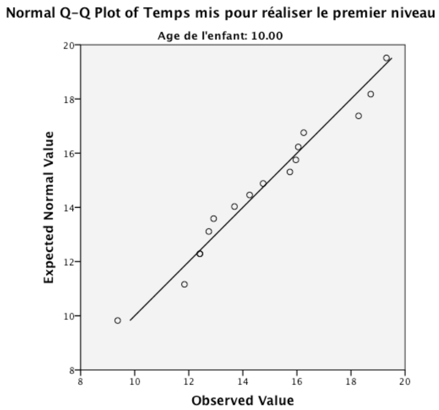
- Normalité : 2 qq plots les valeurs individuelles des 2 échantillons (groupes indépendants) , ou 1 qq plot sur les différences (données pairées)
- Test d'égalité des variances (F ou Levene)
- Box plot

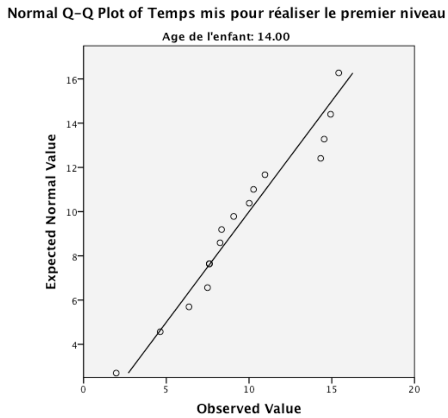
Que faire si elle ne sont pas vérifiées

- Transformation (log, racine, 1/x…)
- Autres tests (non-paramétriques, …)
- Faire le test avec et sans les données aberrantes et comparer.

I3: Ex : QQ plots

Vérification de la normalité de la variable temps pour les 2 groupes d'âge.





I3: Vu dans le chapitre I3 et matériel et activités pour travailler

	Réponse (VD) #	Réponse (VD) Type	Variable explicative (VI) #	Variable explicative (VI) Type	Indép/Répété ?	Question (relative à la population)	Classe de méthode	Outil	Conditions d'application	BAC
2 Variables	1	QT	1	QL k=2	Indépendants	Comparaison de 2 valeurs centrales	Inférence paramétrique	Test t d'égalité 2 µ (var =)	N, Ind, HomoV	2
								Test t d'égalité de 2 µ (var ≠)	N et Ind	2
							Inférence Non param.	Test de la somme des rangs de Wilcoxon (pt éch)	Ind	2
								Test Z de la somme des rangs de Wilcoxon (gr éch)	Ind, ni ≥ 25	2
						Comparaison de 2 variances	Inférence paramétrique	Test F d'égalité de deux variances	N et Ind	2
								Test d'égalité de deux varianceS de Levene	N et Ind	2
					Pairés	Comparaison de valeurs centrales	Inférence paramétrique	Test t d'égalité de 2 µ (données pairées)	N et Ind	2
							Inférence Non param.	Test des rangs de wilcoxon pour données pairées (pt ech)	Ind	2
								Test Z des rangs de wilcoxon pour données pairées (gr ech)	Ind, n ≥ 25	2
								Test de signe	Ind	2

Indispensable

- Transparents du cours, Formulaire partie inférence
- Syllabus de TPs partie TP5 et TP associé
- Exercices SPSS : podcasts 12 et 13, drill 6 et 7

En plus

- Syllabus d'inférence pp 45 à 58 sur I-campus : dans « Documents et lien - Autres documents utiles »
- Livre de Howell. Chapitre 7 (sections 7.4 à 7.8)